

Un mathématicien contemporain emblématique : Sir William Timothy Gowers



William Timothy (ou simplement Tim) Gowers est né le 20 novembre 1963 en Angleterre. Ce professeur de mathématiques à l'Université de Cambridge est un des meilleurs mathématiciens de cette époque, ainsi qu'en témoignent des prix prestigieux (comme une médaille Fields reçue en 1998) qui ont récompensé ses recherches. Des éléments de sa biographie peuvent aisément être trouvés sur le Web, notamment sur le site historique de l'Université écossaise de Saint-Andrews (<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Gowers.html>).

Au-delà des résultats mathématiques originaux et profonds qu'il a trouvés, Tim Gowers présente (au moins) quatre particularités épistémologiques qui n'étaient pas encore d'actualité dans le passé et semblaient dès lors peu préoccuper les grands mathématiciens des siècles précédents, mais qui nous paraissent prises en compte par certains savants de la présente époque travaillant dans la direction tracée par T. Gowers.

- 1) Dans ses recherches mathématiques, il rapproche des théories mathématiques qui a priori semblent éloignées les unes des autres.
- 2) Il cherche à mieux faire comprendre les mathématiques à tous niveaux et contribue à la publication d'ouvrages de (haute) vulgarisation.
- 3) Il milite pour une science ouverte, en « *open access* ».
- 4) Il promeut une résolution collaborative de problèmes mathématiques ardues.

1. Rapprochement de cultures et de théories

T. Gowers distingue deux cultures des mathématiques [Gowers 2000]. En effet, en se référant notamment à Erdős et Atiyah, qui eux-mêmes travaillaient dans le sillage de personnalités

comme Poincaré, il constate que les mathématiciens professionnels se répartissent, dans les grandes lignes, en deux catégories selon que leur objectif consiste à résoudre des problèmes ou à construire et à comprendre des théories. De façon plus précise, il distingue les cas où l'essentiel de

- a) la résolution de problèmes est de mieux comprendre les mathématiques ;
- b) la compréhension des mathématiques est de s'améliorer en résolution des problèmes.

Bien entendu, aucun mathématicien ne néglige complètement l'un de ces deux aspects, mais tous n'y accordent pas les mêmes priorités, ce qui peut s'expliquer par l'existence de plusieurs branches des mathématiques qui réclament des aptitudes différentes. Néanmoins, les deux points de vue semblent complémentaires et indispensables. T. Gowers illustre ses propos par des considérations relatives à des problèmes posés en combinatoire qui lui permirent de mieux comprendre la théorie des espaces de Banach de dimension quelconque (même infinie) et de répondre à des questions ouvertes posées depuis longtemps sur ce sujet. Ce sont d'ailleurs ses travaux de rapprochement, au départ difficilement concevable, entre l'analyse fonctionnelle et la combinatoire, qui lui valurent de recevoir une médaille Fields.

2. Vulgarisation mathématique

Les grands mathématiciens du passé travaillaient principalement en cercle restreint essentiellement composé de leurs pairs ou de leurs disciples ; ils ne bénéficiaient évidemment pas des facilités de communication que nous connaissons de nos jours.

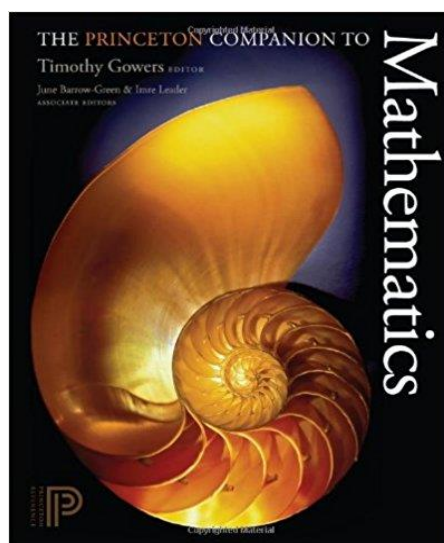
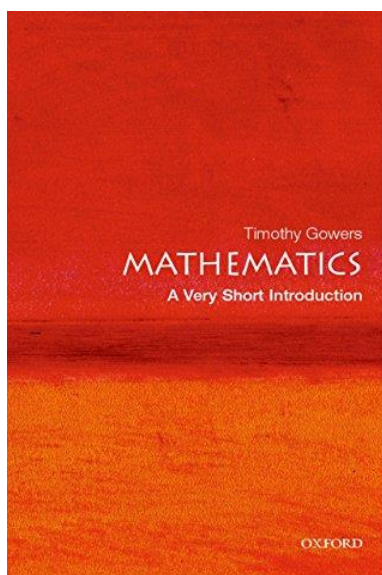
Un premier triumvirat de mathématiciens illustres a joué un rôle important dans la diffusion des savoirs mathématiques à la portée de tous. Il fut emmené par Henri Poincaré (1854-1912) qui fut un des premiers vulgarisateurs des sciences en général [Rollet 1996], et en particulier des mathématiques, examinant notamment « les caractéristiques des Sciences mathématiques (l'intuition et la logique en mathématiques, la mesure du temps, la notion d'espace, l'espace et ses trois dimensions) » [Poincaré 1970] ; à la lumière de ses expériences personnelles, il se pencha également sur la façon dont les mathématiciens inventent leurs théories (voir [Bair 2014 a]). Ses travaux dans cette direction furent prolongés par ceux de son disciple Jacques Hadamard (1865-1963) ; celui-ci fut un véritable « passeur » et soutint notamment « plusieurs entreprises éditoriales innovantes en faveur de la transmission des savoirs » [Brechenmacher 2014]. Les travaux de Poincaré et de Hadamard visant à faire connaître la façon dont les mathématiciens oeuvrent servirent de tremplin à George Polya (1887-1985) qui consacra d'ailleurs son ouvrage [Polya 1965] « à son grand et cher Maître Monsieur Jacques Hadamard » ; il s'intéressa particulièrement aux raisonnements mathématiques, et aussi à la

façon de poser et de résoudre des problèmes mathématiques ; il peut encore être considéré comme le fondateur de l'heuristique moderne (voir [Bair 2014 b]).

Les travaux de vulgarisation de ces savants concernaient principalement la façon de « faire des mathématiques » ; ils étaient diffusés, ainsi que ceux de leurs prédécesseurs et de leurs contemporains, principalement dans des livres et dans la presse, les seuls moyens de communication qui étaient disponibles antérieurement.

A l'époque moderne, les moyens de communication se sont prodigieusement développés, particulièrement depuis l'apparition du Web, et certains mathématiciens de haut vol profitent de ces facilités pour diffuser les mathématiques à un vaste public. Ceux-ci s'intéressent encore à la façon de travailler en mathématiques mais abordent aussi des sujets plus philosophiques et cherchent à répondre (au moins partiellement) à des questions de base sur les mathématiques. C'est le cas pour un second triumvirat composé de trois mathématiciens contemporains parmi les meilleurs de cette époque ; ils évoquent fréquemment les travaux des autres membres de leur trio, mais font aussi régulièrement référence aux trois membres du premier triumvirat ; ce sont trois lauréats d'une médaille Fields, à savoir Tim Gowers (né en 1963, médaillé en 1998), Terence Tao (né en 1975, médaillé en 2006) et Cédric Villani (né en 1973, médaillé en 2010).

Tim Gowers a rédigé deux ouvrages monumentaux de vulgarisation, intitulés *Mathematics: A Very Short Introduction* (2002) et *The Princeton Companion to Mathematics* (2008).



Le premier livre a pour but « d'expliquer, avec soin mais non techniquement, les différences entre les mathématiques avancées de niveau recherche et le genre de mathématiques que nous

apprenons à l'école. Les différences les plus fondamentales sont philosophiques, et les lecteurs de ce livre acquerront une compréhension plus claire des concepts à consonance paradoxale tels que l'infini, l'espace incurvé et les nombres imaginaires ».

Le second ouvrage est résumé comme suit par T. Tao : « ce livre unique est un ouvrage de référence extraordinairement large et étonnamment accessible pour une fraction remarquablement importante des mathématiques modernes (et historiques). Bien qu'il ne remplace aucun manuel de mathématiques traditionnel, il complète bien ces textes plus détaillés, précis et techniques, et est l'un des rares endroits où l'on peut réellement voir toutes les mathématiques comme un sujet unifié, avec des thèmes et des objectifs cohérents ».

T. Gowers est aussi un adepte de l'outil informatique pour non seulement diffuser ses idées mais aussi pour en produire de nouvelles en collaboration avec des collègues ; nous le verrons ultérieurement.

Terence Tao travaille dans le même esprit et avec des moyens de communication modernes similaires, notamment avec son blog *What's new* (<https://terrytao.wordpress.com/>) ; il se réfère explicitement à Polya en ce qui concerne la résolution de problèmes, un de ses sujets de prédilection.

Cédric Villani, qui cite souvent Poincaré (voir par exemple <http://cedricvillani.org/wp-content/uploads/2012/10/8.poincare.pdf>), consacre une bonne partie de son temps à la diffusion de mathématiques vers un large public ; en cela, il travaille sur les traces du premier français à s'intéresser à ce sujet à savoir Etienne Ghys (<http://perso.ens-lyon.fr/ghys/accueil/>) qui fut son voisin de bureau à l'ENS Lyon [Beffa-Villani 2015, p. 188]. C. Villani utilise peut-être un peu moins l'outil informatique que ses deux collègues T. Gowers et T. Tao, mais il accomplit un travail remarquable de vulgarisation et de promotion des mathématiques : il publie des livres sur la façon dont les mathématiques sont construites [Villani 2013] ou sont créées [Beffa-Villani 2015] et réalise de nombreuses interventions publiques en faveur des mathématiques lors de conférences et témoignages, à la radio, à la télévision, dans la presse écrite et au cinéma.

3. Défense d'une science ouverte

T. Gowers est un des ardents défenseurs du mouvement « *Open Science* » qui a pour but de rendre accessibles les recherches scientifiques et leur diffusion. On lui est redevable d'au moins deux contributions majeures dans ce domaine.

En 2012, il prend parti contre un projet de loi américain, le *Research Works Act*, (<https://www.congress.gov/bill/112th-congress/house-bill/3699/text>) dont un des objectifs était de réduire le libre accès aux publications scientifiques soutenues par l'état. Il est à la base d'une pétition, *The Cost of Knowledge* (<http://thecostofknowledge.com/>) contre les pratiques commerciales d'Elsevier, un des éditeurs scientifiques les plus en vue. Un mois après le lancement de cette protestation, ce groupe renonçait à son soutien au *Research Works Act* sous la pression de milliers de signatures par des chercheurs qui s'étaient engagés à ne plus publier dans les revues du groupe Elsevier. Suite à cette décision, les promoteurs du projet de loi abandonnèrent celui-ci.

En 2016, il crée *Discrete Analysis* (<http://discreteanalysisjournal.com/about>), une revue mathématique dans laquelle sont publiés des articles de « nature analytique mais qui ont un impact sur l'étude des structures discrètes », c'est-à-dire dans un de ses domaines de prédilection. La publication des notes y est gratuite grâce au soutien financier de l'Université de Cambridge et de la Fondation Stanhill. Les articles sont placés sur le site bien connu *ArXiv* (voir ci-dessous), de sorte qu'il n'y a pas d'éditeur comme avec les groupes d'édition classiques, mais il existe tout de même un système de relecture par des pairs de manière à garantir la qualité des articles présentés.

Désormais, les pratiques des chercheurs pour publier leurs travaux mathématiques diffèrent fortement de ce qu'elles étaient il y a quelques années à peine. En effet, précédemment, les articles étaient soumis au comité de rédaction d'une revue spécialisée qui désignait des spécialistes de la discipline concernée, nommés des « *reviewers* », chargés de juger l'article envoyé et de décider du sort à y réserver : l'article pouvait être accepté ou non pour publication, ou des modifications plus ou moins importantes pouvaient être demandées à l'auteur. Le délai entre le dépôt d'un papier et son éventuelle publication était souvent long (parfois plusieurs années), de sorte que certains résultats soumis étaient parfois (re)découverts par d'autres auteurs avant la sortie du papier ; de plus, la procédure était onéreuse aussi bien pour l'auteur (qui devait quelquefois payer pour être publié) que pour les lecteurs qui étaient en fait le plus souvent les employeurs (et qui payaient donc deux fois, à savoir pour les auteurs et pour les revues), et de plus certaines firmes imposaient souvent aux acheteurs l'achat groupé de plusieurs journaux qu'elles éditaient (même des revues qui n'intéressaient pas forcément l'acheteur). C'est contre cette pratique commerciale que s'insurgea T. Gowers.

Dorénavant, les articles mathématiques sont déposés par l’auteur, éventuellement en pré-publication, sur *ArXiv* (<https://arxiv.org>), de sorte qu’ils sont ainsi disponibles sur internet instantanément, avec une grande accessibilité et sans frais ni pour l’auteur ni pour le lecteur.

Il existe un site de dépôt similaire d’ « Archives ouvertes » pour les travaux en langue française, à savoir la plateforme HAL (pour Hyper Articles en Ligne ; <https://hal.archives-ouvertes.fr/>); tout article envoyé à HAL est transféré automatiquement sur *ArXiv* (sauf avis contraire de l’auteur et pour autant que le domaine soit couvert par la plateforme *ArXiv*).

Au surplus, d’autres sites, par exemple institutionnels, offrent la possibilité aux auteurs de déposer gratuitement leurs articles pour les rendre accessibles sur le Web. C’est notamment le cas avec le site Orbi (*Open Repository and Bibliography* ; <https://orbi.uliege.be/>) de l’Université de Liège dont le pro-recteur Bernard Rentier est un grand défenseur de l’*Open access* en sciences (voir notamment son *blog* : <http://recteur.blogs.ulg.ac.be/?cat=10>); dorénavant, l’Université tient compte exclusivement des articles déposés sur Orbi pour l’évaluation des chercheurs. Ce 28 février 2018, le Gouvernement de la Fédération Wallonie-Bruxelles adoptait le texte fondateur “*Open Access*”, porté par Jean-Claude Marcourt (le Ministre de l’Enseignement supérieur et de la Recherche), préconisant une même politique que ULiège en matière de libre accès aux publications scientifiques : selon ce texte, tous les articles scientifiques subventionnés par des fonds publics devront être déposés dans un répertoire institutionnel appelé « archive ouverte ».

4. En faveur de mathématiques collaboratives

Dans ses recherches, T. Gowers rencontre des problèmes mathématiques qui, à première vue, ne se décomposent pas en plusieurs sous-problèmes faciles à solutionner. C’est pourquoi, il se demande, au début de l’année 2009, s’il ne serait pas plus efficace de changer la façon traditionnelle de fonctionner, à savoir d’effectuer ses recherches seul ou à deux ou trois chercheurs, et de travailler sur de telles questions ardues en collaboration avec un plus grand nombre de collègues ; en effet, il réfléchit sur son blog comme suit : « la chance est nécessaire pour avoir l’idée qui résout un problème. [Dès lors], si beaucoup de gens y réfléchissent, il y a plus de chances que l’un d’entre eux ait cette chance ». A noter que l’idée du facteur « chance » pour des découvertes scientifiques est également évoquée par C. Villani, dans [Beffa-Villani 2015, p. 174], qui indique que l’on « parle aujourd’hui beaucoup de sérénipidité pour décrire cet acte de trouver quelque chose que l’on ne cherchait pas » et qui ajoute « personnellement, [...] je pense qu’une des choses les plus importantes pour les chercheurs est de savoir repérer quand on a un coup de chance ». Quoi qu’il en soit, ceci amène T.

Gowers à se demander sur son blog (créé en 2007) si « la mathématique massivement collaborative est possible » (<https://gowers.wordpress.com/2009/01/27/is-massively-collaborative-mathematics-possible/>) ; il reviendra sur cette question dans un article rédigé en collaboration avec le spécialiste de l'*Open Science* M. Nielsen et publié dans la revue *Nature* [Gowers-Nielsen 2009].

Dans le prolongement de tout ceci, T. Gowers créa le 27 janvier 2009 sur son blog le *Projet Polymath* : il y propose aux mathématiciens de résoudre de façon collaborative des problèmes mathématiques non résolus. Cette initiative a été de suite bien accueillie dans le milieu des scientifiques, notamment par T. Tao et M. Nielsen.

Les débuts de ce projet sont décrits notamment dans les articles [Dupas 2010], [Criton-Thomas 2009] et [Thomas 2010]. Depuis lors, le Projet s'est développé et a résolu plusieurs problèmes ardues, ce qui a donné lieu à des publications. Par exemple, le 26 janvier 2018, le blog du Projet Polymath (<https://polymathprojects.org/2018/01/26/a-new-polymath-proposal-related-to-the-riemann-hypothesis-over-taos-blog/>) annonçait qu'un « projet, appelé maintenant Polymath 14, a été déposé sur le blog de Terry Tao. Un problème, posé par Apoorva Khare, y a été présenté, discuté puis collectivement résolu » ; il en est résulté un article, intitulé « *Homogeneous length functions on groups* », soumis à « *Algebra & Number Theory* » et posté sur *Arxiv*.)

Par ailleurs, en collaboration avec Olof Sisask et Alex Frolkin, T. Gowers crée sur le Web un site nommé *Tricki* (<http://www.Tricki.org>) semblable à Wikipedia mais visant à rassembler des méthodes de résolution de problèmes mathématiques. Terence Tao et son disciple Ben Green ont adhéré rapidement à cette initiative.



Tricki

a repository of mathematical know-how

Les techniques présentées sur ce site sont tantôt générales, tantôt particulières et peuvent concerner tous les niveaux d'expérience. La meilleure façon de découvrir ce site consiste à naviguer en exploitant les nombreuses possibilités offertes. Contenons-nous ici de pointer les quatre options principales proposées sur la première page du site, en indiquant entre parenthèses le nombre d'articles figurant dans chacun de ces cas lorsque la recherche est approfondie.

- quel problème suis-je en train d'essayer de résoudre ? (14) ;

- domaines thématiques, à savoir algèbre (4), analyse (7), mathématiques appliquées (1), systèmes dynamiques (1), géométrie et topologie (17), logique et théorie des ensembles (1), physique mathématique (1), théorie des nombres (4), probabilité (2), statistique (1), informatique théorique (2), algorithmique (1) ;
- conseils généraux de résolution de problèmes (15) ;
- comment utiliser les concepts et les énoncés mathématiques ? (36).

En septembre 2009, T. Gowers s'interrogeait sur son blog à propos de la « mort » éventuelle de *Tricki* (<https://gowers.wordpress.com/2010/09/24/is-the-tricki-dead/>). La cause principale de cette question était la naissance du site interactif *MathOverflow* (<https://mathoverflow.net>) créé le 28 septembre 2009 par trois étudiants (à l'époque) de Berkeley, à savoir Anton Geraschenko, David Zureick-Brown et Scott Morrison. Le 20 octobre 2009, T. Tao semblait découvrir cette initiative en postant sur son blog *What's new* un billet commençant par sa découverte, puis sa description du site : « Je suis à la traîne de la communauté des blogs de maths en rapportant cela, mais il y a une nouvelle expérience mathématique en ligne intéressante (et remarquablement active) qui vient d'être créée, appelée MathOverflow, dans laquelle les participants peuvent poser et répondre aux maths de recherche des questions (bien que les questions relatives à des devoirs scolaires soient découragées) ».

MathOverflow, MO en abrégé, est effectivement un site interactif de questions et réponses destiné aux mathématiciens professionnels ; les utilisateurs peuvent rester anonymes, mais ceci n'est guère fréquent en raison de la gestion du site qui va être brièvement expliquée. Chaque membre peut poser une question du niveau de la recherche ; les questions élémentaires, par exemple du niveau scolaire, sont automatiquement transférées vers le site *Mathematics Stack Exchange* (<https://math.stackexchange.com/>), un réseau faisant partie du *Stack Exchange Network* et ayant un mode de fonctionnement similaire à MO, mais nettement plus accessible aux non-chercheurs. Tout utilisateur peut non seulement poser une question ou y répondre, mais aussi clarifier une question, critiquer ou modifier une réponse ou encore l'étendre (voir [Tausczik-Kittur-Kraut 2104]). Les meilleures réponses sont mises en avant et des sortes de récompense, sous forme de « badges », sont accordés aux personnes les plus actives en fonction du nombre de leurs contributions sur le site. Le système permet d'attribuer un score caractérisant la « réputation » de chaque membre.

Parmi ceux qui fréquentent souvent le site figurent T. Gowers et T. Tao ; ils ont signé leur adhésion à MO à la fin de l'année 2009, soit pratiquement à la naissance du site. En moyenne, T. Gowers pose une question tous les deux mois et une semaine ; il apporte plus de trois

réponses tous les deux mois ; il est classé parmi le « top 2 % » de l'ensemble des utilisateurs. Par comparaison, T. Tao introduit, en moyenne, une question tous les trois mois et propose une réponse à plus de trois questions par mois ; il fait partie du « Top 0.22 % » des membres. Par contre, C. Villani n'est pas membre de cette communauté et, plus généralement, le site semble peu exploité par les français et les belges, les plus assidus étant les américains.

L'idée de T. Gowers d'envisager une résolution collaborative de problèmes a fait son chemin depuis le lancement de Polymath ou encore de MO : chacun peut désormais utiliser son ordinateur (sa tablette ou encore son téléphone portable) pour accéder à des sites facilitant l'apprentissage des mathématiques ou leur approfondissement, par exemple en posant ses questions sur des forums adéquats ; un aperçu des possibilités offertes par le Web est donné dans le dossier « Mathématiques sur le Web » du numéro 164 de *Tangente*.

Signalons pour terminer que des didacticiens s'intéressent désormais à la résolution collaborative de problèmes au niveau du primaire ou du secondaire, ainsi qu'en atteste un rapport de la célèbre enquête internationale PISA 2015 [OECD 2017]. Mais ceci est une autre aventure qui mériterait d'être menée ultérieurement !

Références

Bair J. (2013). Pensées (mathématiques) de Tao. *Losanges*, 23, pp. 33-41.

Bair J. (2014 a). La genèse de l'invention mathématique. *Tangente*, 159, pp. 8-9.

Bair J. (2014 b). Des heuristiques modernes. *Tangente*, 159, pp. 20-21.

Beffa K. - Villani C. (2015). *Les coulisses de la création*. Champs Sciences, Flammarion, Paris.

Brechenmacher F. (2014). Jacques Hadamard passeur. *Images des mathématiques* ; <http://images.math.cnrs.fr/Jacques-Hadamard-passeur.html>.

Criton M. – Thomas E. (2009). Les projets Polymath. Bibliothèque *Tangente* 37, Les Algorithmes au cœur du raisonnement, p. 37.

Dupas J.-J. (2010). Les maths massivement coopératives : Polymath. *Tangente*, 132, pp. 6-8.

Ghys E. (2012). Henri Poincaré, L'invention mathématique. *Images des maths* ; <http://idm-old.math.cnrs.fr/Henri-Poincare-L-invention.html>

Gowers W. T. (2000). The two cultures of mathematics, dans *Mathematics: frontiers and perspectives* (Amer. Math. Soc., Providence, RI), pp. 65-78.

- Gowers W. T. (2002). *Mathematics: A Very Short Introduction*. Oxford University Press.
- Gowers W. T. – Barrow-Green J. – Leader I. (2008). *The Princeton Companion to Mathematics*. Princeton University Press.
- Gowers T. – Nielsen M. (2009). Massively collaborative mathematics. *Nature*. 461 (7266): 879–881. Bibcode:2009Natur.461.879G ; doi:10.1038/461879a. PMID 19829354.
- Hadamard J. (1975). *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*. Gauthier-Villars, Paris.
- Hauchecorne B. – Surreau D. (1996). *Des mathématiciens de A à Z*. Ellipses, Paris.
- Heinzmann G. (1994). *Henri Poincaré et la vulgarisation scientifique*. Archives – Centre d'Etudes et de Recherche Henri-Poincaré, Université de Nancy 2 & Groupe d'Etude et de Recherche sur les Sciences de l'Université Louis Pasteur ; <https://elearn.univ-ouargla.dz/>
- OECD (2017). PISA 2015. *La résolution collaborative de problèmes*.
<http://dx.doi.org/10.1787/3c93e9e4-fr/>.
- Poincaré H. (1908). L'invention mathématique. *Revue de l'Enseignement mathématique*, 10, pp. 357-371.
- Poincaré H. (1970). *La valeur de la science*. Champs, Flammarion, Paris.
- Polya G. (1965). *Comment poser et résoudre un problème*. Dunod, Paris.
- Rollet L. (1996). Henri Poincaré – Vulgarisation scientifique et philosophie des sciences. *Philosophia Scientiae*, tome 1, pp. 125-153.
- Tao T. (2006). *Solving Mathematical Problems: A Personal Perspective*. Oxford University Press.
- Tausczik Y.-R. – Kittur A. – Kraut R.-E. (2014). Collaborative Problem Solving: A study of MathOverflow. *Proceedings of the 17th ACM conference on Computer supported cooperative works & social computing*; <http://dsc.doi.org/10.1145/2531602.2531690>.
- Thomas E. (2010). Les projets Polymath. *Tangente*, 132, p. 7.
- Villani C. (2013). *Théorème vivant*. Poche, Paris.